Algoritmy a jejich složitost

Základy algoritmizace – 1. cvičení

Zuzana Petříčková

15. února 2020

Základní pojmy

- Algoritmus
- Počítačový program
- Programování
- Zdrojový kód

Základní pojmy

- **Algoritmus**
  - návod nebo postup, jak vyřešit nějakou úlohu
  - transformuje množinu vstupních dat na množinu výstupních dat
  - **požadované vlastnosti**:
    - elementární - skládá se z konečného počtu elementárních kroků
    - determinovaný - po každém provedeném kroku víme, jakým krokem pokračovat, nebo zda už postup zkončil
    - konečný - každý krok se provede konečněkrát
    - rezultativní - vede k požadovanému výsledku
    - hromadný - řeší celou skupinu problémů (ne konkrétní případ)

Základní pojmy

- Algoritmus
  - návod nebo postup, jak vyřešit nějakou úlohu
- Počítačový program
  - posloupnost instrukcí, která popisuje realizaci dané úlohy počítačem
- Zdrojový kód
  - zápis algoritmu v nějakém programovacím jazyce
- Programování
  - proces zahrnující návrh algoritmu, vytvoření zdrojového kódu, jeho testování a ladění, i následnou údržbu

Analýza algoritmů

- Správnost
  - vede program ke správnému výsledku?
- Přesnost výsledku
  - u numerických úloh
- Časové nároky
  - doba běhu algoritmu (různá pro různé počítače)
  - tzv. časová složitost algoritmu (počet elementárních kroků, které musí algoritmus provést)
- Prostorové nároky
  - velikost potřebné operační paměti
  - tzv. prostorová složitost algoritmu

Časová složitost algoritmu

- počet elementárních kroků, které musí algoritmus provést
- v závislosti na velikosti vstupních dat
- obvykle popsána nějakou funkcí $T(n), n \in N$
  př. $T(n) = 4n + 5$

Počítá se

- přesná složitost (na přednášce)
- složitost v nejhorším, nejlepším nebo průměrném případě
- asymptotická složitost (pro porovnání algoritmů)
  - je definovaná „řádem růstu" funkce
    $T(n) = 2n^2 + 56n + 1000 log_2 n = O(n^2)$
  - $T(n) = O(1)$ ... konstantní složitost
  - $T(n) = O(n)$ ... lineární složitost
  - $T(n) = O(n^k)$ ... polynomiální složitost
  - $T(n) = O(2^n)$ ... exponenciální složitost
  - apod.

Asymptotická složitost

Formální definice

Mějme funkce $f(n) : N \to N$ a $g(n) : N \to N$. Řekneme, že

- $f(n) = O(g(n))$, jestliže $\exists n_0 \in N, \exists k \in R^+, \forall n \geq n_0 :$ $|f(n)| \leq k|g(n)|$
- $f(n) = \Omega(g(n))$, jestliže $\exists n_0 \in N, \exists k \in R^+, \forall n \geq n_0 :$ $|f(n)| \geq k|g(n)|$
- $f(n) = \Theta(g(n))$, jestliže $\exists n_0 \in N, \exists k_1, k_2 \in R^+, \forall n \geq n_0 :$ $k_1|g(n)| \leq |f(n)| \leq k_2|g(n)|$

Pár vzorečků

- $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \sum_{i=1}^{n} i = \frac{1}{2} n(n+1)$
- $1 + 4 + 9 + \ldots + n^2 = \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$
- $\sum_{i=1}^{n} i^k \in O(n^{k+1}), k \in N$
- $\sum_{i=0}^{n} aq^n = a\frac{q^{n+1}-1}{q-1}, q \neq 1$
- $\sum_{i=0}^{n} 2^n = 2^{n+1} - 1$
- $n! \approx \sqrt{2\pi n}(\frac{n}{e})^n$