

# Metoda Monte Carlo - Cvičení V ZS 2012/13 a domácí úlohy

## 1 Řešení okrajových úloh pro parciální diferenciální rovnice - domácí úkol

### Příklad 1 - Vnitřní Dirichletova úloha pro Poissonovu rovnici

Uvažujme následující úlohu:

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2y$$

na jednotkovém čtverci  $G = \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$  s okrajovou podmínkou  $u|_S = f(x, y)$ , kde  $S$  je hraniční oblast  $G$ . Funkce  $f$ , která vyjadřuje okrajovou podmínku, je definovaná jako:

$$f(x, y) = \begin{cases} -2y - 2/3 & \text{pro } x = 0, \\ 2y + 1/3 & \text{pro } x = 1, \\ x - 2/3 & \text{pro } y = 0, \\ x^2 + 4x - 8/3 & \text{pro } y = 1 \end{cases}$$

Přesné řešení této soustavy je

$$u(x, y) = 3(x - 2/3)(y + 1/3) + x^2 y$$

1. Metodou náhodné procházky po síti spočtete odhad  $u(0.5, 0.5)$ ,  $u(0.1, 0.9)$  a  $u(0.3, 0.3)$  pro různé hodnoty  $N$  (ideálně  $N = 10^2, 10^4, 10^6, 10^8$ ) a pro různé 3 hodnoty kroku sítě  $L$  (např.  $L = 10, 50, 100$ ). Spočtete také vždy odhad směrodatné odchylky odhadu, skutečnou chybu odhadu a čas výpočtu. Výsledky shrňte do přehledné tabulky a i vlastními slovy.
2. Metodou náhodné procházky po síti spočtete odhad  $u(x, y)$  a jeho skutečnou chybu (alespoň) v bodech  $[x, y]$ ,  $x, y \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 0.9, 1\}$  (popř. v hustější síti bodů). Vyzkoušejte 2 různé volby  $L$  a pro každou 2 různé volby  $N$  (pokud možno  $L$  alespoň 20,  $N$  alespoň 100). Své volby  $L$  a  $N$  uveďte ve zprávě. Výsledky (odhady a skutečné chyby) vložte do zprávy ve formě grafů (např. v Matlabu funkce `surf` nebo `mesh`). Pro srovnání přidejte do zprávy také graf se skutečnými hodnotami  $u(x, y)$  v příslušných bodech. Shrňte výsledky vlastními slovy.

Pošlete zprávu i zdrojové soubory. Ve zprávě uveďte především:

- Popis, jak jste volili parametry v jednotlivých případech.
- Okomentované tabulky a grafy s výsledky.
- Slovní zhodnocení výsledků.
- Případně zajímavé implementační detaily.