

# Metoda Monte Carlo - Cvičení IV ZS 2012/13 a domácí úlohy

## Generátory pseudonáhodných čísel - domácí úkol

Naším cílem bude implementovat a otestovat na příkladu vlastní generátory posloupností pseudonáhodných čísel. Tentokrát si můžete vybrat ze dvou variant zadání.

### 1 Domácí úloha: První varianta

#### 1.1 Příklad 1

Implementujte následující algoritmy:

1. Jenoduchý lineární kongruenční generátor (LCG). Můžete se inspirovat programem Randu vystaveným na stránkách přednášejícího (můžete kód převzít, případně poupravit).
2. Wichmann-Hillův generátor. Popřípadě některá jeho varianta (např. směs 3 nebo 4 LCG).

Generátory by měly generovat celá čísla v rozmezí  $[0, MAX)$  a reálná čísla v intervalu  $[0, 1)$  a mělo by jim být možné nastavit seed.

#### 1.2 Příklad 2

Vhodně otestujte, zda jste metody implementovali správně. Pro naše účely postačí, pokud pomocí svého generátoru vygenerujete dostatečně dlouhou posloupnost  $N$  reálných čísel z intervalu  $[0, 1)$  (pro různé hodnoty  $N$  - např. 100, 10000, 1000000) a pak spočtete výběrový průměr a výběrový rozptyl hodnot. Programátoři v Matlabu doplní i histogramy vygenerovaných hodnot (histogramy stačí vytvořit cca. 2-3 - jen pro zajímavé případy nastavení parametrů a jedno konkrétní  $N$ ). Pro defaultní nastavení generátorů by průměry, rozptyly a histogramy měly odpovídat  $R(0, 1)$ , pro vlastní nastavení nemusí. Do zprávy vložte tabulku (tabulky) se spočtenými hodnotami výběrových průměrů a rozptylů (a případně histogramy) pro různá nastavení parametrů generátorů:

- LCG:

1. nejstarší LCG:  $A = 23, B = 0, M = 10^8 + 1$ , seed nastaven na nějaké malé sudé číslo (uveďte ve zprávě jak)
2. nejstarší LCG:  $A = 23, B = 0, M = 10^8 + 1$ , seed vhodně nastaven (např. podle aktuálního času, uveďte ve zprávě jak)
3. Randu:  $A = 65539, B = 0, M = 2^{31}$ , seed vhodně nastaven (např. podle aktuálního času, uveďte ve zprávě jak)
4. alespoň 3 různé jiné (vlastní) volby parametrů  $A, B, M$ , seed (volbu uveďte ve zprávě). Můžete vyzkoušet náhodné nebo nějak „nevhodné“ hodnoty (generátor pak pravděpodobně nebude fungovat dobře).

- WH:

1. některé z doporučených nastavení  $A_i, B_i, M_i$ , seed. Uveďte volbu parametrů ve zprávě.
2. alespoň 2 různé jiné (vlastní) volby parametrů  $A_i, B_i, M_i$ , seed (volbu uveďte ve zprávě). Můžete vyzkoušet náhodné nebo nějak „nevhodné“ hodnoty (generátor pak pravděpodobně nebude fungovat dobře).

Shrňte dosažené výsledky vlastními slovy. Odpovídají hodnoty průměru a rozptylu (a histogramy) v jednotlivých případech rovnoměrnému rozdělení? Jsou znatelné rozdíly mezi jednotlivými případy?

### 1.3 Příklad 3

Pomocí implementovaných generátorů odhadněte metodou Monte Carlo Ludolfovo číslo  $\pi$  pomocí odhadu objemu jednotkové koule (nebo vhodného výřezu) v  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$  a v nějaké vyšší dimenzi, např.  $\mathbb{R}^4$ . Stačí pro dvě různá nastavení LCG a WH z Příkladu 2 (např. vždy jedno „známé“ a jedno „vlastní“). Spočítejte vždy skutečnou chybu odhadu ( $\delta$ ) a odhad směrodatné odchylky odhadu. Výsledky shrňte do přehledné tabulky a vlastními slovy popište výsledky (přesnost odhadu jednotlivých metod - konverguje odhad pro rostoucí  $N$  k číslu  $\pi$ ?, záleží na dimenzi?, jak se liší skutečná chyba a její odhad).

### 1.4 Celkem

Pošlete zprávu i zdrojové soubory. Ve zprávě uveďte především:

- Popis, jak jste volili parametry metod v jednotlivých případech.
- Okomentované tabulky s výsledky pro Příklady 2 a 3.
- Slovní zhodnocení výsledků.
- Případně zajímavé implementační detaily.

## 2 Domácí úloha: Druhá varianta

### 2.1 Příklad 1

Implementujte libovolný z následujících algoritmů:

1. Jednoduchý lineární kongruenční generátor (LCG). Můžete se inspirovat programem Randu vystaveným na stránkách přednášejícího (můžete kód převzít, případně poupravit). Ve zprávě uveďte, jak jste volili parametry ( $A$ ,  $B$ ,  $M$ , seed).
2. Wichmann-Hillův generátor. Popřípadě některá jeho varianta (např. směs 3 nebo 4 LCG). Ve zprávě uveďte, jak jste volili parametry ( $A_i$ ,  $B_i$ ,  $M_i$ , seed).

a libovolný z následujících algoritmů:

1. Lineární posuvný registr se zpětnou vazbou. Základní varianta ze skript, popř. jiná (v tom případě popište svou variantu ve zprávě). Ve zprávě uveďte, jak jste volili parametry (funkce  $f$ , počet registrů, koeficienty charakteristického polynomu,...)
2. Mersenne Twister. Můžete zvolit vlastní či obvyklé hodnoty parametrů (viz např. skripta), svou volbu ale pro všechny parametry uveďte ve zprávě.

Generátory by měly generovat celá čísla v rozmezí  $[0, MAX)$  a reálná čísla v intervalu  $[0, 1)$ . Volbu hodnoty  $MAX$  nechám na Vás (záleží na tom, s kolika-bitovými čísly budete pracovat), svou volbu ale uveďte ve zprávě. Metodám vhodně nastavte seed (např. podle aktuálního času, uveďte ve zprávě jak).

### 2.2 Příklad 2

Vhodně otestujte, zda jste metody implementovali správně. Pro naše účely postačí, pokud pomocí svého generátoru vygenerujete dostatečně dlouhou posloupnost  $N$  reálných čísel z intervalu  $[0, 1)$  (pro různé hodnoty  $N$  - např. 100, 10000, 1000000) a pak spočítete výběrový průměr a výběrový rozptyl hodnot. Programátoři v Matlabu doplní i histogramy vygenerovaných hodnot (histogramy stačí vytvořit pro jedno konkrétní  $N$ ). Do zprávy vložte tabulku (tabulky) se spočtenými hodnotami výběrových průměrů a rozptylů (a případně histogramy) a shrňte dosažené výsledky vlastními slovy. Odpovídají hodnoty průměru a rozptylu (a histogramy) v jednotlivých případech rovnoměrnému rozdělení? Jsou znatelné rozdíly mezi jednotlivými metodami?

### 2.3 Příklad 3

Pomocí implementovaných generátorů odhadněte metodou Monte Carlo Ludolfovo číslo  $\pi$  pomocí odhadu objemu jednotkové koule (nebo vhodného výřezu) v  $\mathbb{R}^3$  a v nějaké vyšší dimenzi, např.  $\mathbb{R}^4$ . Spočítejte vždy skutečnou chybu odhadu ( $\delta$ ) a odhad směrodatné odchylky odhadu. Výsledky shrňte do přehledné tabulky a vlastními slovy popište výsledky (přesnost odhadu jednotlivých metod - konverguje odhad pro rostoucí  $N$  k číslu  $\pi$ ?, záleží na dimenzi?, jak se liší skutečná chyba a její odhad?).

### 2.4 Celkem

Pošlete zprávu i zdrojové soubory. Ve zprávě uveďte především:

- Popis, jak jste volili parametry metod v jednotlivých případech.
- Okomentované tabulky s výsledky pro Příklady 2 a 3.
- Slovní zhodnocení výsledků.
- Případně zajímavé implementační detaily.