

Metoda Monte Carlo - Cvičení II ZS 2012/13 a domácí úlohy

1 Transformace náhodných veličin

Postup

- Předp., že umíme generovat realizace rovnoměrného rozdělení $R(0, 1)$.
 - Chceme generovat realizace rozdělení ξ s danou hustotou f / distribuční funkcí F / pravděpodobnostmi p_k
1. Generujeme nezávislé realizace $\gamma \sim R(0, 1)$.
 2. Transformujeme γ na požadovanou veličinu.

Diskrétní náhodné veličiny

1. Základní metoda
2. Vylepšení základní metody - přeindexování nebo binární vyhledávání
3. Metody ušité na míru - např. pro Binomické, Poissonovo rozdělení

Příklady

1. $R(\{1, \dots, n\})$
2. Bernoulliovo rozdělení
3. Binomické rozdělení

Spojité náhodné veličiny

1. Základní metoda (metoda inverzní transformace)
2. Zamítací metoda (vylučovací metoda)
3. Tabulková metoda (základní metoda s po částech lineární aproximací F)
4. Kompoziční metoda (superpozice)
5. Metody ušité na míru - pro Exponenciální rozdělení, Normální rozdělení

Příklady - Základní metoda (metoda inverzní transformace)

Metodou inverzní transformace naleznete předpis pro generování hodnot z rozdělení:

1. $R(a, b)$
2. rozdělení definované hustotou pravděpodobnosti ve tvaru:
 $f(x) = 4x^3$ pro $0 < x < 1$,
 $f(x) = 0$ jinde .
3. exponenciální rozdělení:
 $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ a $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ pro $x \geq 0$,
 $f(x) = 0$ a $F(x) = 0$ pro $x < 0$,
 $\lambda > 0$

2 Domácí úlohy: Programy

Řešení Příkladu 1 a Příkladu 2 mohou být oddělené, nebo i klidně v jednom programu a v jednom dokumentu.

Příklad1: Diskrétní náhodné veličiny

Naším cílem bude generování realizací Binomického rozdělení. Implementujte pro toto rozdělení **libovolné 3 (resp 2, pokud se rozhodnete pro 5.)** z následujících algoritmů pro generování diskrétních náhodných veličin:

1. Základní metoda ... např. *double* zakladni(double p, int n, double N)*
2. Vylepšení základní metody pomocí binární vyhledávání
3. Vylepšení základní metody pomocí "přeindexování" (začít od maxima - tj. odprostřed a jít nahoru nebo dolů)
4. Vylepšení základní metody pomocí "přeindexování" (začít od maxima - předtřídit pravděpodobnosti)
5. Metoda ušitá na míru (kapitola 3.1.2 ve skriptech). Technicky náročnější. Pokud se rozhodnete implementovat tuto metodu, stačí přidat jen jednu z předchozích metod.

Výsledkem bude program, který vygeneruje (vypíše do souboru nebo na standardní výstup) pomocí jednotlivých metod N realizací Binomického rozdělení s parametry $n = 20$ a $p = 0.7$.

Příklad2: Spojité náhodné veličiny

Naším cílem bude generování realizací Exponenciálního rozdělení. Implementujte pro toto rozdělení **libovolné 2** z následujících algoritmů pro generování spojitých náhodných veličin:

1. Základní metoda (metoda inverzní transformace) ... např. *double* inverzni(double lambda, double N)*
2. Zamítací metoda (vyřizovací metoda)
3. Metoda ušitá na míru (algoritmus 3.17 ve skriptech)

Výsledkem bude program, který vygeneruje (vypíše do souboru nebo na standardní výstup) pomocí jednotlivých metod N realizací Exponenciálního rozdělení s parametrem $\lambda = 15$.

Společné pro oba příklady

Vhodně otestujte, že jste metody implementovali správně (např. pomocí histogramu či tabulky a pomocí výběrového průměru a rozptylu vygenerovaných hodnot). Porovnejte časové nároky vašich implementací jednotlivých metod. Příložený dokument by měl obsahovat především:

- Popis, které metody jste implementovali.
- Tabulku (tabulky), kde budou hodnoty výběrového průměru, výběrového rozptylu a čas výpočtu pro různé hodnoty N (např. $N = 10^2, 10^4, 10^6, 10^8$). Výsledky jednotlivých experimentů mohou být dohromady v jedné tabulce nebo ve zvláštních tabulkách.

- Histogramy (grafy) nebo tabulky (př.1: pro $i = 1..20$ počet realizací s hodnotou i ; př.2: např. 20 intervalů + kolik hodnot padlo do každého intervalu). Stačí pro jedno konkrétní N (např. $N = 10000$). K případnému nakreslení histogramu můžete použít libovolný program / nástroj (např. Matlab)
- Slovní zhodnocení výsledků (hlavně časové nároky metod, složitost implementace).
- Případně zajímavé implementační detaily.

Pošlete zprávu i zdrojové soubory.