

# Matematická analýza 1, ZS 2012/13, seznam definic a vět ke zkoušce<sup>1</sup>

---

## 1. Základní pojmy

### 1.1. Úvod

- 1) Zobrazení prosté, na, vzájemně jednoznačné, inverzní, složené
- 2) Posloupnost
- 3) Omezená množina, množina omezená shora a zdola, maximum a minimum množiny
- 4) Supremum a infimum množiny

### 1.2. Limity posloupností

- 5) Limita posloupnosti – konečná a nekonečná, konvergentní a divergentní posloupnost
- 6) Omezenost posloupnosti, omezenost shora a zdola
- 5) Monotonie posloupnosti, ryzí monotonie
- 6) Vybraná posloupnost (podposloupnost)
- 7) Limes superior, limes inferior

### 1.3. Limita a spojitost funkce

- 8) Reálná funkce reálné proměnné, graf funkce
- 9) Monotonie funkce, ryzí monotonie
- 10) Okolí bodu, prstencové okolí bodu
- 11) Hromadný bod množiny
- 12) Limita funkce, epsilon-delta definice limity, rozbor případů
- 13) Jednostranné limity, limita vzhledem k množině, rozbor případů
- 14) Spojitost funkce v bodě, epsilon-delta definice spojitosti

### 1.4. Derivace a diferenciál

- 15) Derivace funkce v bodě, jednostranné derivace, geometrická interpretace, derivovatelná funkce
- 16) Diferenciál funkce v bodě, geometrická interpretace, diferencovatelná funkce
- 17) Lokální extrémy funkce
- 18) Stacionární bod
- 19) Funkce konvexní, konkávní, ryze konvexní, ryze konkávní, geometrická interpretace
- 20) Inflexe, inflexní bod, geometrická interpretace
- 21) Asymptota (grafu) funkce, vertikální asymptota

### 1.5. Elementární funkce

- 22) Exponenciální funkce, exponenciální funkce s obecnou mocninou, obecná mocnina
- 23) Přirozený logaritmus, logaritmická funkce o základu a
- 24) Goniometrické funkce

---

<sup>1</sup> Čísla stránek jsou pouze orientační.

## 2) Definice

### 2.1.Úvod

- 1) Relace, reflexivní, symetrická, tranzitivní, antisymetrická, ekvivalence, uspořádání (11,12)
- 2) Zobrazení, obor hodnot, definiční obor, obraz a vzor množiny (15,16)
- 3) Zobrazení prosté, na, vzájemně jednoznačné, inverzní, složené (16,17)
- 4) Mohutnost množin, spočetná, nejvýše spočetná a nespočetná množina (17,18)
- 5) Posloupnost (19)
- 6) Intervaly, omezené a neomezené (24,25)
- 7) Omezená množina, množina omezená shora a zdola, maximum a minimum množiny (26)
- 8) Supremum a infimum množiny (26)

### 2.2.Limity posloupností

- 9) Limita posloupnosti – konečná a nekonečná, konvergentní a divergentní posloupnost, definice limity pomocí okolí (36,37,124)
- 10) Omezenost posloupnosti, omezenost shora a zdola (38)
- 11) Monotonie posloupnosti, ryzí monotonie (51,52)
- 12) Vybraná posloupnost (podposloupnost) (52)
- 13) Limes superior, limes inferior (54,55,jinak)
- 14) Cauchyovská posloupnost, BCP (Bolzano-Cauchyova podmínka) (56,57)
- 15) Posloupnost komplexních čísel, limita a omezenost komplexní posloupnosti (57-59)
- 16) Eulerovo číslo (61,62)

### 2.3.Limita a spojitost funkce

- 17) Reálná funkce reálné proměnné, graf funkce (115,116)
- 18) Monotonie funkce, ryzí monotonie (116,117)
- 19) Omezenost funkce (na množině) (117,118)
- 20) Rovnost a nerovnost funkcí (na množině) (118)
- 21) Okolí bodu, prstencové okolí bodu (119)
- 22) Hromadný bod množiny (119)
- 23) Limita funkce, epsilon-delta definicelimity, rozbor případů (120-122)
- 24) Jednostranné limity, limita vzhledem k množině, rozbor případů (122,123)
- 25) Spojitost funkce v bodě, epsilon-delta definice spojitosti (129,130)
- 26) Jednostranná spojitost, epsilon-delta definice jednostranné spojitosti (129,130)
- 27) Spojitost funkce na množině a na intervalu (138,139)
- 28) Darbouxova vlastnost (143)

### 2.4.Derivace a diferenciál

- 29) Derivace funkce v bodě, jednostranné derivace, geometrická interpretace, derivovatelná funkce (163-169)
- 30) Diferenciál funkce v bodě, geometrická interpretace, diferencovatelná funkce (165-169)
- 31) Lokální extrém funkce (184,185)
- 32) Stacionární bod (207)
- 33) Funkce konvexní, konkávní, ryze konvexní, ryze konkávní, geometrická interpretace (216,217)
- 34) Inflexe, inflexní bod, geometrická interpretace (221)
- 35) Asymptota (grafu) funkce, vertikální asymptota (222,223)

## 2.5.Elementární funkce

- 35) Exponenciální funkce, exponenciální funkce s obecnou mocninou, obecná mocnina (různě)
- 36) Přirozený logaritmus, logaritmická funkce o základu  $a$
- 37) Goniometrické a cyklometrické funkce
- 38) Hyperbolické a hyperbolometrické funkce

## 3) Věty

### 3.1.Úvod

- 1) Cantorova věta (1.1) (18)
- 2) Věty o spočetnosti (1.2) (19-22)
- 3) Číselné obory a spočetnost (1.3) (18-22)
- 4) Jednoznačnost infima a suprema (1.6) (27)
- 5) Vztah mezi maximem, minimem, supremem a infimem množiny, vlastnosti suprema a infima (1.7, 1.8, 1.9) (27,28)
- 6) O existenci suprema a infima (27,28)

### 3.2.Limity posloupností

- 7) Věta o jednoznačnosti limity posloupnosti (2.1) (37,38)
- 8) Věta o limitě a omezenosti I (2.2) + Poznámka (2.3) (38,39)
- 9) Věta o aritmetice limit (2.4) (39,40)
- 10) Věta o limitě a omezenosti II. (2.6) (42,43)
- 11) Limita a absolutní hodnota (2.7) + Věta o limitě převrácené hodnoty (2.8) (43,44)
- 12) Limita a nerovnosti (2.9) + poznámky k ní (44 rozšířená)
- 13) Věta o dvou policajtech (o sevřených posloupnostech) (2.10) (44)
- 14) Cauchyův vzorec (2.13) (47,48)
- 15) Podílové kritérium pro limitu posloupnosti (2.14) (46,47)
- 16) Limita a monotonie (2.15) (52)
- 17) Limita podposloupnosti I (2.16) (52,53)
- 18) Limita podposloupnosti II: Bolzano-Weierstrass (2.17) (54)
- 19) Věty o vztahu limes superior, limes inferior a limity (2.18, 2.19) (55,56)
- 20) Bolzano-Cauchyova věta (2.20) (56,57)
- 21) O limitě komplexní posloupnosti (2.21) (59)
- 22) Vlastnosti limity komplexní posloupnosti (2.22) – bez důkazu (59-60)
- 23) Bernoulliho nerovnost (2.23) (60-61)
- 24) Eulerovo číslo - vlastnosti definičních posloupností (2.24,2.25,2.26) (60-62)

### 3.3.Limita a spojitost funkce

- 25) Vlastnosti monotónních funkcí (3.1) (117)
- 26) Vlastnosti okolí (3.2) (119)
- 27) O hromadném bodě (3.3) (119)
- 28) Jednoznačnost limity funkce (3.7) (123)
- 29) O jednostranných limitách (3.8) (123,124)
- 30) Heine: Spojitost limity funkce a limity posloupnosti (3.10) + důsledek (3.11) (124,125)
- 31) Heineho věta pro jednostranné limity (3.12) (125)

- 32) Aritmetika limit funkcí (3.13) + důsledek (3.14)
- 33) Limita funkce a omezenost (3.15)
- 34) Limita funkce a absolutní hodnota (3.16) + Věta o limitě převrácené hodnoty (3.17)
- 35) Limita funkce a nerovnosti (3.18)
- 36) Věta o dvou policajtech (o sevřených posloupnostech) (3.19)
- 37) Důsledek Heineho věty pro spojitě funkce (3.23)
- 38) O limitě složené funkce (3.24)
- 39) O existenci limity monotónní funkce (3.25) + poznámky (3.26)
- 40) Nejzákladnější vlastnosti spojitých funkcí (3.27)

### **Vlastnosti funkcí spojitých na intervalu**

- 41) Weierstrassova věta (3.28) (139-140)
- 42) Cauchyova věta o nulové hodnotě (3.29) (141-143)
- 43) Bolzano-Darboux, o nabývání mezihodnot (3.30) (143)
- 44) Spojitý obraz intervalu (3.31) (143,144)
- 45) Spojitý obraz omezeného uzavřeného intervalu (3.32) (144)
- 46) O monotonii funkce spojitě na intervalu (3.33) (145,146)
- 47) O spojitosti inverzní funkce (3.34) (146)

### **3.4.Derivace a diferenciál**

- 48) O existenci a jednoznačnosti diferenciálu (5.2) (168,169)
- 49) Vztah mezi spojitostí a derivací funkce (5.4) + poznámky (169,170)
- 50) Aritmetika derivací (5.5) (170-172)
- 51) O derivaci složené funkce (5.6) (172,173)
- 52) O derivaci inverzní funkce (5.7) (173)

### **Základní věty diferenciálního počtu**

- 53) O lokálním extrému a derivaci (5.8) + poznámky (5.9) (185,186)
- 54) Rolleova věta (o střední hodnotě) (5.10) (186,187)
- 55) Lagrangeova věta (Věta o střední hodnotě) (5.11) (188,189)
- 56) Cauchyova věta (o střední hodnotě) (5.12) + poznámky (189,190)
- 57) Věta o spojitě funkci s nenulovou derivací (5.13) (190)
- 58) Věta o funkci s nulovou derivací (5.14)+ důsledek (5.15) (190,191)

### **Průběh funkce**

- 59) Základní vlastnosti stacionárního bodu (5.16) (207)
- 60) Věta o monotonii a znaménku derivace (5.17) (206-207)
- 61) Stacionární bod a znaménko derivace (5.18) (207-208)
- 62) Stacionární bod a znaménko druhé derivace (5.19) (209)
- 63) Konvexnost, konkávnost a derivace (5.21) (217-220)
- 64) Konvexnost, konkávnost a znaménko druhé derivace (5.22) (220,221)
- 65) Inflexní body a derivace (5.23) (221)
- 66) Inflexní body a druhá derivace (5.24) + poznámky (5.26) (221,222)
- 67) Inflexní body a třetí derivace (5.25) (221,222)
- 68) O asymptotě grafu funkce (5.27) (223)