

Metoda Monte Carlo - Cvičení II (paralelka I) a domácí úlohy

Transformace náhodných veličin

Postup

- Předp., že umíme generovat realizace rovnoměrného rozdělení $R(0, 1)$.
 - Chceme generovat realizace rozdělení ξ s danou hustotou f / distribuční funkcí F / pravděpodobnostmi p_k
1. Generujeme nezávislé realizace $\gamma \sim R(0, 1)$.
 2. Transformujeme γ na požadovanou veličinu.

Diskrétní náhodné veličiny

1. Základní metoda
2. Vylepšení základní metody: přeindexování nebo binární vyhledávání
3. Metody ušité na míru - pro Binomické, Poissonovo rozdělení

Příklady

1. $R(\{1, \dots, n\})$
2. Bernoulliovo rozdělení
3. Binomické rozdělení

Spojité náhodné veličiny

1. Základní metoda (metoda inverzní transformace)
2. Zamítací metoda (vylučovací metoda)
3. Tabulková metoda (základní metoda s po částech lineární aproximací F)
4. Kompoziční metoda (superpozice)
5. Metody ušité na míru - pro Exponenciální rozdělení, Normální rozdělení

Příklady - Základní metoda (metoda inverzní transformace)

Metodou inverzní transformace naleznete předpis pro generování hodnot z rozdělení:

1. $R(a, b)$
2. rozdělení definované hustotou pravděpodobnosti ve tvaru:
 $f(x) = 4x^3$ pro $0 < x < 1$,
 $f(x) = 0$ jinde .
3. exponenciální rozdělení:
 $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ a $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ pro $x \geq 0$,
 $f(x) = 0$ a $F(x) = 0$ pro $x < 0$,
 $\lambda > 0$

Programy

Řešení Příkladu 1 a Příkladu 2 mohou být oddělené, nebo i klidně v jednom programu a v jednom dokumentu.

Příklad1: Diskrétní náhodné veličiny

Naším cílem bude generování realizací Bernoulliova rozdělení. Implementujte pro toto rozdělení **libovolné 3** z následujících algoritmů pro generování diskretních náhodných veličin:

1. Základní metoda ... např. *double* zakladni(double p, int n, double N)*
2. Vylepšení základní metody pomocí binární vyhledávání
3. Vylepšení základní metody pomocí "přeindexování"(začít od maxima)
4. Metoda ušitá na míru (kapitola 3.1.2 ve skriptech). Technicky náročnější.

Výsledkem bude program, který vygeneruje (vypíše do souboru nebo na standardní výstup) pomocí jednotlivých metod $N = 1000$ realizací Bernoulliova rozdělení s parametry $n = 20$ a $p = 0.3$. Vhodně otestujte, že jste metody implementovali správně (např. pomocí histogramu či tabulky a pomocí výběrového průměru a rozptylu vygenerovaných hodnot). Porovnejte časové nároky vašich implementací jednotlivých metod. Příložený dokument (ve formátu .doc, .docx, .pdf, .xls, .xlsx či .txt) by měl obsahovat především:

- Tabulku, kde budou časy jednotlivých metod pro různé hodnoty N (stačí $N = 1000$, $N = 1000000$).
- Tabulku, kde budou výběrové průměry a rozptyly vygenerovaných realizací veličin (lze spojit do jedné tabulky s předchozím).
- Histogramy (grafy) nebo tabulky (pro $i = 1..20$ počet realizací s hodnotou i). Stačí pro $N = 1000$. K případnému nakreslení histogramu můžete použít libovolný program (např. Matlab)
- Zhodnocení výsledků (hlavně časové nároky metod, složitost implementace).
- Případně zajímavé implementační detaily.

Pošlete i zdrojové soubory a případně přeložený program. Povolené programovací jazyky jsou C, C++, Java, C#, Matlab (R2010), Pascal.

Příklad2: Spojité náhodné veličiny

Naším cílem bude generování realizací Exponenciálního rozdělení. Implementujte pro toto rozdělení **libovolné 2** z následujících algoritmů pro generování spojitých náhodných veličin:

1. Základní metoda (metoda inverzní transformace) ... např. *double* inverzni(double lambda, double N)*
2. Zamítací metoda (vylučovací metoda)
3. Metoda ušitá na míru (algoritmus 3.17 ve skriptech)

Výsledkem bude program, který vygeneruje (vypíše do souboru nebo na standardní výstup) pomocí jednotlivých metod $N = 1000$ realizací Exponenciálního rozdělení s parametrem $\lambda = 10$. Vhodně otestujte, že jste metody implementovali správně (např. pomocí histogramu či tabulky a pomocí výběrového průměru a rozptylu vygenerovaných hodnot). Porovnejte časové nároky vašich implementací jednotlivých metod. Příložený dokument (ve formátu .doc, .docx, .pdf, .xls, .xlsx či .txt) by měl obsahovat především:

- Tabulku, kde budou časy jednotlivých metod pro různé hodnoty N (stačí $N = 1000$, $N = 1000000$).
- Tabulku, kde budou výběrové průměry a rozptyly vygenerovaných realizací veličin (lze spojit do jedné tabulky s předchozím).
- Histogramy (grafy) nebo tabulky (např. 20 intervalů + kolik hodnot padlo do každého intervalu). Stačí pro $N = 1000$. K případnému nakreslení histogramu můžete použít libovolný program / nástroj (např. Matlab)
- Zhodnocení výsledků (hlavně časové nároky metod, složitost implementace).
- Případně zajímavé implementační detaily.

Pošlete i zdrojové soubory a případně přeložený program. Povolené programovací jazyky jsou C, C++, Java, C#, Matlab (R2010), Pascal.