

Matematická analýza 2 – požadavky ke zkoušce – předběžná verze

1 Písemná část

Písemná část zkoušky obsahuje 4 příklady z následujících oblastí:

1. Konvergence řady (10-15 bodů)
2. Primitivní funkce (10-15 bodů)
3. Určitý integrál (10-15 bodů)
4. Aplikace určitého integrálu, průběh křivky (10-20 bodů)

Maximum bodů, které lze z písemné části získat, je vždy 50 bodů. K úspěšnému složení písemné části a postupu k ústní části je třeba získat minimálně 25 bodů. Čas k vypracování písemné části je 120 minut. Povoleny jsou psací potřeby a veškeré vlastnoručně psané materiály. Zakázána je jakákoliv technika (zejména kalkulačky, mobilní telefony, laptopy apod.)

2 Ústní část

Ústní část zkoušky obsahuje čtyři otázky z následujících oblastí:

1. definice klíčového pojmu (0 bodů)
2. formulace čtyř vět, definic nebo pojmů (5+5+5+5 bodů)
3. formulace a důkaz věty (5+10 bodů)
4. formulace a důkaz věty (5+10 bodů)

K úspěšnému složení ústní části je třeba napsat správně definici klíčového pojmu a získat minimálně 30 bodů.

3 Celkové hodnocení zkoušky

- A – alespoň 90 bodů (minimálně 25 bodů z písemné a 30 bodů z ústní části)
- B – alespoň 81 bodů (minimálně 25 bodů z písemné a 30 bodů z ústní části)
- C – alespoň 72 bodů (minimálně 25 bodů z písemné a 30 bodů z ústní části)
- D – alespoň 63 bodů (minimálně 25 bodů z písemné a 30 bodů z ústní části)
- E – alespoň 55 bodů (minimálně 25 bodů z písemné a 30 bodů z ústní části)

4 Orientační seznam klíčových pojmů, definic a vět – ještě bude aktualizováno!!

4.1 Seznam klíčových pojmů

- křivka v rovině, parametrické vyjádření křivky
- primitivní funkce
- neurčitý integrál
- konvergentní / divergentní číselná řada
- absolutně konvergentní řada, neabsolutně konvergentní řada
- Newtonův integrál
- Riemannův integrál
- Stejněměrně spojitá funkce
- Délka křivky
- Objem rotačního tělesa
- Povrch rotačního tělesa

4.2 Seznam definic

1. Křivky v rovině
 - Křivka, parametrické vyjádření křivky, graf funkce
 - Uzavřená křivka, oblouk, jednoduhá křivka, Jordanova, hladká, tečna ke křivce
2. Neurčitý integrál
 - Primitivní funkce
 - Neurčitý integrál
 - Polynom, racionální lomená funkce (plus rozklad polynomu na součin kořenových činitelů, rozklad racionální funkce na parciální zlomky)
 - Integrace racionálních funkcí (metoda neurčitých koeficientů, zakrývací metoda, substituce vedoucí na racionální funkce, Eulerovy substituce,...)
3. Číselná řada
 - nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů řady, součet řady, konvergentní, divergentní (resp. oscilující) řada
 - absolutně konvergentní řada, neabsolutně konvergentní řada
 - přerovnání řady
4. Newtonův a Riemannův integrál
 - Newtonův integrál

- Riemannův integrál, horní a dolní Riemannův integrál
- Dělení intervalu, zjemnění dělení, horní a dolní součet
- Stejněměrně spojitá funkce

5. Aplikace určitého integrálu

- Velikost plochy pod grafem funkce
- Velikost plochy omezené uzavřenou, hladkou křivkou
- Délka křivky
- Objem rotačního tělesa
- Povrch rotačního tělesa

4.3 Doplnění pojmů

- Příklady funkcí, které nemají primitivní funkci a funkcí, jejichž primitivní fce nelze vyjádřit elementárními prostředky
- Známé křivky, jejich parametrizace a průběh – kružnice, elipsa, cykloida, hypocykloida, epicykloida a spec. varianty (kardioida, asteroida, nefroida, Steinerova křivka, úsečka), evolventa kružnice (Archimedova spirála), Bernoulliova lemniskáta, Descartův list)
- Známé řady, jejich konvergence a součet: geometrická řada, alternující harmonická řada, $\sum (-1)^{n+1} \frac{1}{n^a}, \dots$
- Příklady funkcí, které nemají Newtonův integrál, popř. Riemannův integrál
- Příklady funkcí, které jsou spojitě, ale nejsou stejněměrně spojitě

4.4 Seznam vět - bude aktualizováno

1. L'Hospitalovo pravidlo

- L'Hospitalovo pravidlo (těžká)
- Věta o limitě derivace (lehká)

2. Neurčitý integrál

- O jednoznačnosti primitivní funkce (lehká)
- O vztahu spojitosti a existence primitivní funkce (lehká)
- O linearitě neurčitěho integrálu (lehká)
- O integraci metodou per partes (lehká)
- O substituci (lehká)

3. Číselná řada

- Základní vlastnosti číselných řad (věta 4.1, 4.2, 4.3, 4.6) (lehká)
- Bolzano-Cauchyova podmínka (lehká)
- Nutná podmínka konvergence řady (lehká) + příklad
- Vztah absolutní konvergence a konvergence (lehká)

- Srovnávací kritérium - limitní a nelimitní verze (lehká)
- Cauchyho konvergenční věta (těžká)
- Podílové kritérium (d'Alambert) - limitní a nelimitní verze (lehká)
- Odmocninové kritérium (Cauchy) - limitní a nelimitní verze (lehká)
- Raabenovo kritérium - limitní a nelimitní verze (bez důkazu)
- Gaussovo kritérium - limitní a nelimitní verze (bez důkazu)
- Abelova parciální sumace (lehká)
- Abelovo kritérium (těžká)
- Dirichletovo kritérium (těžká)
- Leibnitzovo kritérium (lehká)
- O přerovnání a konvergenci řady - dvě věty (bez důkazu)
- Srovnávací škála řad $\sum \frac{1}{n^a}$, $\sum (-1)^{n+1} \frac{1}{n^a}$ (těžká)
- Eulerova konstanta, součet alternujících harmonické řady (těžká)

4. Newtonův integrál

- O jednoznačnosti primitivní funkce (lehká)
- O linearitě Newtonova integrálu (lehká)
- Základní vlastnosti Newtonova integrálu (věta 5.2, 5.3, 5.4) (lehká)
- O integraci metodou per partes (lehká)
- O substituci - 3 věty (lehká)
- Vlastnosti integrálu periodické, sudé a liché funkce (lehká)
- Wallisova formule (těžká)

5. Riemannův integrál

- Lemma 1 o dělení (lehká)
- Lemma 2 - kritérium existence Riemannova integrálu (lehká)
- O vztahu spojitosti a stejnoměrné spojitosti (lehká)
- O vztahu spojitosti a Riemannovské integrovatelnosti (lehká)
- O linearitě Newtonova integrálu (těžká)
- Základní vlastnosti Riemannova integrálu (věta 5.10 a její důsledek, 5.12) (lehká)
- Spojitá závislost integrálu na horní mezi (lehká)
- Věta o derivování Riemannova integrálu podle horní meze (5.13) (těžká)
- Věta o existenci primitivní funkce pro spojitou funkci (5.14) (těžká)
- Vztah mezi Riemannovým a Newtonovým integrálem - 2 věty (těžká)

6. Aplikace určitého integrálu

- Velikost plochy omezené uzavřenou jednoduchou křivkou, spec. případy
- Obsah křivočaré výseče
- Délka jednoduché, hladké křivky je konečná (lehká)
- O vyjádření délky křivky ve tvaru integrálu - včetně pom. lemmatu (těžká)
- Délka grafu funkce (lehká)
- Délka křivky v polárních souřadnicích (lehká)